Discourse
0440949 Andreas van Cranenburgh
Sun Mar 1 13:48:36 CET 2009
onderdeel C verbeterd *Thu 11 Jun 2009 21:33:19 CEST*

C

Voor een DRS, $K =< K_0, K_1 >$, geldt:

$$M \models K \text{ iff } \exists f(dom(f) = K_0) \wedge \forall \varphi \in K_1 : M \models \varphi[f]$$

Als we dit invullen bij $K \Rightarrow K'$ krijgen we:

$$M \models K \Rightarrow K' \text{ iff } \exists f(dom(f) = K_0 \wedge \forall \varphi \in K_1 : M \models \varphi[f])$$
$$\Rightarrow \exists g(dom(g) = K'_0 \wedge \forall \varphi \in K'_1 : M \models \varphi[g]$$

De implicatie kan herschreven worden tot conjunctie met negaties, want $P \Rightarrow Q \equiv \neg(P \wedge \neg Q)$, dus:

$$M \models K \Rightarrow K' \text{ iff } \neg((\exists f(dom(f) = K_0 \wedge \forall \varphi \in K_1 : M \models \varphi[f]))$$
$$\wedge \neg(\exists g(dom(g)\ K'_0 \wedge \forall \varphi \in K_1 : M \models \varphi[g])))$$

Verder is het zo dat:

$$M \models K \wedge K' \text{ iff both } M \models K \text{ and } M \models \hookleftarrow \hookleftarrow K'$$

Deze twee stellingen kunnen samengevoegd worden:

$$M \models K \Rightarrow K' \text{ iff } M \models \neg(K \cup \{\neg K'\})$$

Q.E.D.

D

Iedere jongen die Maria mag geeft haar een cadeau

Deze zin kan op twee manieren worden gelezen. De voor de hand liggende manier is dat er voor elke jongen die Maria mag een cadeau is:

$$\begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \begin{array}{|c|}\hline x \\ \hline \text{jongen(x)} \\ \text{mag(x, maria)} \\ \hline\end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|}\hline y \\ \hline \text{cadeau(y)} \\ \text{geeft(x, maria, y)} \\ \hline\end{array} \\ \hline\end{array}$$

Maar het kan ook dat er een enkel, specifiek cadeau bedoelt wordt, dat samen gegeven wordt:

$$\begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \begin{array}{|c|}\hline x,\ y \\ \hline \text{jongen(x)} \\ \text{mag(x, maria)} \\ \text{cadeau(y)} \\ \hline\end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \text{geeft(x, maria, y)} \\ \hline\end{array} \\ \hline\end{array}$$

Geen boer die een ezel heeft heeft geen paard

$$\begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \neg \begin{array}{|c|}\hline \\ \hline \begin{array}{|c|}\hline x,\ y \\ \hline \text{boer(x)} \\ \text{ezel(y)} \\ \text{heeft(x, y)} \\ \hline \end{array} \neg \begin{array}{|c|}\hline z \\ \hline \text{paard(z)} \\ \text{heeft(x, z)} \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array}$$